Новый математический результат ученика нашей школы Димы Захарова в проблеме Данцера — Грюнбаума.

В 1962 г. геометры Людвиг Данцер и Бранко Грюнбаум предложили выяснить, какое наибольшее количество точек можно расположить в d-мерном пространстве так, чтобы любые три точки образовывали остроугольный треугольник. Несложно расположить так $2d-1$ точку. Авторы задачи думали, что лучшей конструкции не бывает. Гипотеза продержалась более двадцати лет, пока в 1983 году Пол Эрдёш и Золтан Фюреди не опровергли её (при $d \geq 35$) с помощью вероятностного метода. Оказалось, что существует множество из не менее чем $\frac{1}{2}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^d$ точек, любые три из которых образуют остроугольный треугольник. Это примерно $0{,}5 \cdot 1{,}154^d$ точек, что при больших d гораздо больше, чем $2d-1$. Но и эта оценка не точная, и дальше были попытки её улучшить --- получить «остроугольное» множество с ещё большим множеством точек (начиная с какого-то d). За следующие четверть века смогли немного увеличить множитель $1/2$, но ничего не могли поделать с константой $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

В 2009 году удалось получить оценку вида $c\sqrt{d}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^d$.

В 2011 году наконец-то победили константу $\frac{2}{\sqrt{3}}$ и получили оценку вида $c\left(\sqrt[10]{\frac{144}{23}}\right)^d$, это примерно $c \cdot 1{,}2^d$ точек.

О проблеме Данцера-Грюнбаума не раз рассказывал школьникам Андрей Михайлович Райгородский (в частности, ученикам 179-й, где Андрей Михайлович нередко проводит занятия). У него даже есть целая книга про это (https://www.mccme.ru/free-books/mmmf-lectures/book.36.pdf). И вот его призывы обратить внимание на эту задачу не остались напрасными. Около трёх месяцев назад ученик 179 школы Дима Захаров получил оценку $2^{d/2}$, то есть построил «остроугольное» множество, в котором примерно $1{,}41^d$ точек!

С тех пор в сети было замечено некоторое вдохновение от работы Димы, и люди пытались улучшить его конструкцию. Ничего у них не вышло, но вышло опять у Дмитрия Захарова. Неделю назад (16 июля 2017 г.) появилась его статья, где строится пример остроугольного множества в размерности d с числом точек, равным $(d+1)$-му числу Фибоначчи, то есть получена оценка $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}+o(1)\right)^d = (1{,}618\ldots + o(1))^d$. Поздравляем Диму с замечательным результатом!

Кстати, это не первые научные результаты Димы. Например, у него уже есть публикация о хроматических числах дистанционных графов, за которую он был награжден первой премией на Московской математической конференции школьников 2016 года (https://www.mccme.ru/mmks/). Этот результат он получил, заинтересовавшись нерешенными вопросами, которые предлагал А.М.Райгородский на одной из Летних конференций Турнира городов. Сам Дима в той конференции не участвовал, но Андрей Михайлович выдал Диме эти задачи в школе.

Есть у Димы работа в соавторстве с Андреем Купавским --- про новое доказательство теоремы Хилтона-Милнера в экстремальной комбинаторике.

Вот ссылки на работы Дмитрия Захарова:
https://arxiv.org/pdf/1707.04829.pdf — Про 1.618.
https://arxiv.org/pdf/1705.01171.pdf — Про 1.414.

https://arxiv.org/pdf/1608.01873.pdf — Про хром числа дист графов (с ЛКТГ).
https://arxiv.org/pdf/1611.03129.pdf — совместная с Купавским.

Желаем Диме дальнейших творческих успехов и больших математических достижений!